¿Ser o no ser?
¿Qué tomar en cuenta antes de actuar?

Por Julio Beltrán M.
Facultad de Filosofía y Letras, UNAM

"¿Ser o no ser? Ésa es la pregunta" según Hamlet, el indeciso príncipe de la más famosa tragedia de Shakespeare.[1] ¿Qué significa esta pregunta? ¿Por qué es "la" pregunta? La vida del ser humano consiste en actuar, y actuar implica elegir. Por eso, la actuación está cargada de riesgos—riesgos de no poder ser.

Es verdad que muchas alternativas parecen tener poca o nula importancia; como cuando tienes que decidir cómo vestirte hoy, qué camino tomar para llegar a la escuela, o qué silla ocupar durante una clase. Pero el rango de importancia de tus decisiones puede crecer paulatinamente desde estas pequeñas decisiones hasta otras que son cruciales respecto de quién serás dentro de treinta años, cómo vivirás y a qué te dedicarás. ¿Entrar o no entrar a clase, estudiar para el examen de mañana o practicar toda la tarde con tu grupo rock? Estas preguntas plantean ya decisiones con consecuencias de mayor trascendencia. Y hay decisiones de un grado mucho mayor de importancia. Considera, por ejemplo, tu decisión vocacional: ¿qué carrera te conviene estudiar? O inclusive, ¿estudiar una carrera, o comenzar a trabajar, o buscar fortuna como artista o deportista? O las decisiones sentimentales que vendrán: ¿tener o no tener una pareja? ¿casarte o no casarte? ¿tener hijos pronto, tarde o nunca? Más y más decisiones se nos imponen en la vida, que *no podemos postergar*, porque no podemos dejar de vivir: profesionales, sentimentales, políticas, financieras, de salud, etc., pero que *no quisiéramos adoptar*, porque no sabemos con certeza qué cosas nos traerán ni qué caminos nos cerrarán.

No es de extrañar, pues, que los seres humanos hayan ensayado tantos métodos imaginarios para decidir mejor en trances importantes. Casi siempre que consideran una actuación intrépida, han buscado indicios sobre las circunstancias que la condicionarán en la situación de los astros, en el orden aleatorio de un mazo de cartas, en los sueños, en grietas accidentalmente formadas, etcétera. Métodos así han sido usados por gobernantes temerosos antes de optar entre la paz o la guerra; por hombres de negocios antes de invertir un capital importante; por grupos desesperados antes de abandonar lo que poseen y emigrar. Tampoco es de extrañar que, con métodos así de imaginarios, tantas veces hayan tomado decisiones contraproducentes o desastrosas. Por eso, si algo hay que los seres humanos en general agradecerían a los expertos en cálculo, o sea a los lógicos y a los matemáticos, sería un método *racional* que nos ayude a tomar decisiones—un método que verdaderamente nos *asegure* los frutos que esperamos de nuestras actuaciones, o por lo menos, si eso fuera imposible, un método que nos lo demuestre y que nos diga cómo incrementar al menos nuestras oportunidades.

Toma consistente de decisiones bajo condiciones de incertidumbre.

Como casi todos los presentes reales y virtuales concederán, los lógicos se ocupan de los criterios que nos indiquen qué cosas podemos *decir* y *creer* sin incurrir en *contradicciones*. No aspiran a decirnos qué proposiciones son *materialmente* verdaderas, porque eso depende de cómo sean realmente los estados de cosas a los que cada una se refiere; y los estados de cosas no pueden ser conocidos si no nos ponemos a recolectar observaciones o a realizar experimentos, cosas ambas que forman parte de las ciencias empíricas, no de la lógica ni de la matemática. Debido a ello, los lógicos dicen con frecuencia que la suya es una ciencia *formal* y *negativa*. Quieren con eso decir que no nos proporciona conocimientos positivos de ninguna cosa en particular (porque estudiarla rompería la generalidad de la lógica), pero que empero sí nos da conocimientos de aquellas *formas de ser* que no pueden convenir a ninguna cosa porque son contradictorias e imposibles. La lógica nos ofrece, según eso, la "verdad negativa" de las cosas, porque ninguna cosa puede ser el referente de proposiciones inconsistentes.

Ahora bien, cuando los lógicos se ocupan de la *bondad* de *acciones y decisiones* lo hacen de la misma manera que cuando se ocupan de la *verdad* de *proposiciones* y *creencias*. Así como no pueden darnos una teoría *general* de la verdad que al mismo tiempo sea capaz de determinar si una proposición se adecua a su objeto particular y no a otros, tampoco pueden producir una teoría general de la bondad que sea capaz de determinar si una manera de actuar es conveniente para una situación particular y no para otras. En efecto, de la misma manera que la verdad material de las proposiciones dependen de las características particulares del objeto sobre el cual versan, la bondad de una manera de actuar depende de las características *particulares* del actor y su situación.

Por analogía, pues, con la *verdad negativa* determinada por la lógica de las proposiciones y las creencias, podemos hablar aquí también de *conveniencia* y de *corrección negativas*. Pues si una proposición es negativamente verdadera en cuanto que no contiene ni implica *contradicciones*, una decisión y una actuación pueden llamarse negativamente correctas en cuanto no contengan ni impliquen *inconsistencias* (cuya naturaleza explicaremos más adelante).

Un método (conjunto de normas) de la verdad negativa se limita a *descartar* aquellas proposiciones o teorías que impliquen inconsistencias internas (y que, por ello, no pueden referirse a ningún objeto en absoluto), pero no discrimina entre las proposiciones y teorías que no implican inconsistencia alguna (entre las cuales, sin embargo, sólo una puede adecuarse a la realidad que todas pretenden describir). De la misma manera, un método de la corrección negativa se limita a descartar decisiones que impliquen inconsistencia, y a las que por ello cabría condenar como irracionales; pero no nos permitirá saber cuál de las que sobrevivan al descarte es la que conviene positivamente a la situación particular. Es por eso que la lógica, en este papel, bien puede denominarse *teoría de la decisión racional*. No sobra decir que después de esa eliminación, quedan en pie múltiples maneras de actuaciones, cada una de las cuales es consistente pero no necesariamente adecuada a la situación particular; mas como todas ellas son racionales, no hay ningún criterio formal para seleccionar una y no otras. Eso dependerá de varios aspectos particulares de la situación para los cuales no hay reglas universales (a no ser que sean *trascendentales*, en el sentido kantiano).

Una teoría *lógica* de la decisión no podrá ser nunca capaz de determinar lo que deberíamos decidir o hacer en cada situación particular, puesto que no puede determinar cuáles deben ser los deseos, gustos, aversiones y capacidades de la persona que va a actuar; ni cómo influyen sobre sus creencias y preferencias la personalidad de las personas que interactúan; ni qué clase de restricciones por principios generales pueda haberse impuesto de antemano. Siempre habrá una pluralidad de conductas consistentes; entre las cuales no podrá elegir el lógico sin tomar en cuenta datos concretos de la situación de los que, por eso mismo, debe siempre hacer abstracción.

No obstante estas limitaciones de la lógica, no deja de ser útil una teoría general sobre cómo *no* se puede actuar sin caer en contradicción (performativa) con uno mismo. Se trata de una teoría que nos dice cómo *no* podemos actuar, porque si lo hiciéramos así, nuestra actuación sería inconsistente consigo misma.

Ahora bien, si se puede describir de manera general lo que no se debe hacer so pena de contradicción, se han de poder derivar de ahí normas que todo decisor razonable deba respetar, cualesquiera que sean sus fines particulares. ¿Cuáles son esas prescripciones positivamente expresadas?

Para resumir lo anterior de la manera más breve posible, la prescripción fundamental de consistencia está expresada por la máxima que dice: *quien quiere los fines, quiere los medios que conduzcan a aquéllos*. El método para la decisión racional no contiene sino desarrollos (teoremas) de esta máxima. No nos dice *qué* fines debe proponerse cada quien. Sólo dice que si uno, en virtud de sus gustos, intereses o principios, prefiere un estado de cosas determinado sobre otros posibles (y dependientes todos de su actuación), es decir, si uno se ha propuesto un fin, entonces *debe* preferir también, entre todas las maneras de actuar de las que dispone, aquélla que conduzca necesariamente a ese fin o al menos la que más lo favorezca. Querer lo primero y no querer lo segundo sería irrazonable, implicaría una contradicción en la voluntad.

Éste es el principio que desarrolla la lógica de la decisión. En palabras del reconocido estadístico D. V. Lindley:

> [El especialista en esta teoría] se pregunta si existen normas que deban ser satisfechas para que las decisiones puedan mantenerse como razonables. Para decirlo en forma negativa, ... trata de detectar formas de comportamiento que, una vez analizadas, se reconozcan como absurdas [i.e. inconsistentes], con el objeto de poder eliminarlas desde un principio. En definitiva, busca las consistencias que tiene que haber en todo proceso de decisión satisfactorio y, a continuación, deduce, de los requerimientos de consistencia encontrados, ciertas normas [o reglas] que deben ser obedecidas [seguidas] para [estar seguros de] no violarlos.[2]

Hay que tener siempre presente que las reglas que lleguen a constituir el método en cuestión se obtienen a partir de los *tipos* de inconsistencia que pueden encontrarse en toda decisión. Por esa razón, lo primero que debemos hacer es caracterizar estos tipos de inconsistencia, y después mostrar qué reglas nos aseguran decisiones libres de inconsistencias. La forma más sencilla de detectar las inconsistencias y de asegurar la consistencia es disponer de una *unidad de referencia* para juzgar circunstancias lejanas en el tiempo, en el espacio o en nuestra imaginación. Se necesita, pues, una decisión simple y perfecta, que sirva de referencia para aquellas, más complejas e imperfectas, que queremos juzgar.

El primer paso para encontrar un método lógico que nos asegure que nuestra actuación sea racional es (1) identificar los elementos que toman parte en la deliberación previa, y comprender cómo se articulan entre sí. Después de eso, (2) se identifican los correspondientes tipos de inconsistencia que pueden afectar la determinación de esos elementos en casos particulares. El tercero y último paso consiste en (3) derivar de ese análisis reglas idóneas para mantener libre de esas inconsistencias a todo proceso de resolución de nuestras actuaciones.

Elementos de un problema de decisión. ♪ La vida es una tómbola ♫, tómbola ♫, tómbola ♪

Los problemas de decisión no se refieren cosas sino a *formas de actuar*. Lo único que puede resultar de una decisión son las acciones propias de esa actuación. Naturalmente que los problemas de decisión tienen que ver con formas de actuar que estén dentro de nuestro poder. Si no podemos hacer algo, no pensamos en hacerlo. Nadie considera en teletransportarse a su trabajo, pero sí en conducir un auto hasta ahí.

Tampoco hay un problema de decisión donde no haya *dos o más* maneras diferentes de actuar. Si una acción no tiene alternativa, no hay nada por decidir. Quien tiene un solo par de zapatos, no tiene nada que decidir al respecto mientras se viste. El preso no tiene que decidir nada respecto de dónde pasará la tarde. Sin embargo, todo mundo, hasta los presos, se enfrentan frecuentemente con algún problema de decisión. El mismo preso que no necesita decidir dónde pasará la tarde, tiene otras cosas que decidir; por ejemplo, si se declarará culpable o inocente, si contratará a un abogado u otro, etc. No hay nadie tan constreñido que ya no tenga nada qué decidir sobre la manera como actuará.

Es obvio, que cuando iniciamos una de las actuaciones posibles ya hemos tomado una decisión, *nos hemos resuelto*. Lo que no es tan evidente, aunque no sea menos cierto, es que mientras no iniciemos ninguna acción, no hemos tomado aún ninguna decisión. Ha esa especie de competencia inconclusa de las posibles decisiones en nuestra mente se le llama *deliberación*. Ahora bien, mientras deliberamos, no se puede haber tomado ninguna decisión ni realizado ninguna acción; pero en el instante en que la deliberación concluye, la decisión y la actuación ocurren. En lo que sigue no distinguiremos, pues, entre decidir y actuar. Ambas denotan el termino de la deliberación. En esta sección veremos cuáles son las características de una clase específica de deliberaciones, las *racionales*.

Lo que sí debemos distinguir es entre la decisión (o actuación) y su *resultado* (o *consecuencia*). Y la razón para distinguir entre estos dos elementos es que cualquier deliberación razonable distingue entre ellas: una cosa es lo que hacemos para producir el estado de cosas *X*, y otra muy diferente es el estado de cosas *Y* que resulta de nuestra actuación. Naturalmente que siempre nos gustaría que el efecto real de nuestra actuación fuera exactamente igual que el estado de cosas deseado, que *Y* fuera idéntico a *X*; pero eso no es siempre posible, y una persona razonable debe tomar en cuenta esta contingencia mientras delibera. Dicho de otra manera, al deliberar sobre las distintas maneras como puede actuar, una persona razonable debe tomar en cuenta todas los efectos que cada una de ellas puede tener, así como las causas accidentales que condicionan cuál de los efectos haya de producirse.

Aquí un ejemplo aclarará las cosas. Pensemos en un hombre que se dirige a su trabajo y que tiene que decidir si tomar el metro o usar su automóvil. Al deliberar sobre estas dos maneras de actuar, él distingue entre su actuación y la acción de otras causas que son ajenas a él pero que afectan las consecuencias de su actuación, particularmente piensa en la lluvia y el tráfico. Tanto si usa el metro como el auto, su propósito es llegar puntualmente y seco. Pero el resultado de cada una de sus actuaciones está condicionado aún por esas causas externas. Si llueve, el viaje en metro puede resultar muy desagradable, pues se mojaría al entrar y al salir de él. Si hay mucho tráfico en la ciudad, el viaje en auto puede tomar demasiado tiempo. Es verdad que bien podría llegar seco y puntualmente en uno o en otro; pero eso no depende de él solamente sino del clima y de las condiciones de tráfico. En el buen o mal resultado de su decisión concurren dos tipos de causas: unas que están en su poder y otras que no están en su poder. Nos hemos referido a las primeras como su *actuación*. Y nos referiremos a las segundas como el *escenario* de su actuación, ya que las condiciones que afectan el resultado de su actuación pueden conjugarse de distintas maneras:

1. una ciudad transitable y lluviosa,
2. una ciudad transitable y seca,
3. una ciudad congestionada y lluviosa,
4. una ciudad congestionada y seca.

La actuación que él decida junto con el escenario que ocurra definirán el estado de cosas final:

a) un viaje en metro por una ciudad transitable y lluviosa (llega puntualmente pero mojado a su trabajo),

b) un viaje en auto por una ciudad transitable y lluviosa (llega puntualmente y seco a su trabajo),

c) un viaje en metro por una ciudad transitable y seca ... etc. (y así, hasta ocho resultados posibles).

Supongamos que decide tomar el metro. Naturalmente que su objetivo es llegar seco y puntualmente, pero es posible que el resultado de su acción sea el de llegar mojado. En todo caso, al deliberar debe haber contemplado ese riesgo.

En ocasiones las maneras de actuar que deliberamos son las únicas causas de los estados de cosas resultantes. En esos casos, la decisión es menos complicada, porque no hay que tomar en cuenta ningún riesgo, sino solamente los pros y contras de cada actuación posible y de su consecuencia. La mayoría de los casos, sin embargo, los efectos de nuestras acciones están condicionados por otras causas concurrentes cuya ocurrencia no podemos predecir. Estas situaciones son más complejas, y por eso nos concentraremos en ellas.

En esta última clase de situaciones, cada decisión que consideramos tiene al menos dos consecuencias posibles, dependiendo de cuál sea el escenario que se materialice en el momento en que la persona actúe. Por ejemplo, si estará lloviendo o no, si habrá tráfico o no, etc.. Para simplificar, simbolicemos un poco. Comencemos por denotar con las letras *d* indexadas todas decisiones posibles en un problema de decisión: $d_1, d_2, \ldots d_m$. (Los puntos suspensivos significan "y así hasta". El sub-índice *m* representa el número de la última decisión posible en el repertorio, que puede ser cualquier número finito y mayor a 2. En el ejemplo anterior, el repertorio de decisiones posibles del trabajador es de solamente dos: que tome el metro y que maneje su auto. Denotemos también con una serie E_1, E_2, ... E_n todos los escenarios eventuales posibles. Aquí, el número *n* indica el último escenario posible. En nuestro ejemplo anterior sería $n = 4$, como enlistamos más arriba. Por último, el decisor conoce la consecuencia que cada decisión *d* tendría para cada uno de los escenarios. Cada una de esas consecuencias posibles la denotaremos con una *C* indexada con los índices de la decisión y el escenario que la generan: C_{11}, C_{12}, ... C_{mn}. Esto es todo lo que necesitamos para representar el problema de decisión en una tabla como la siguiente:

Tabla 1. Problema de decisiones con consecuencias inciertas				
Escenarios eventuales:	E_1	E_2	...	E_n
d_1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}
d_2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}
...	...	...	...	...
d_m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}

Hay que notar que mientras *m* no puede ser menor de 2, *n* podría ser incluso igual a 1; pero en ese caso el problema de decisión con incertidumbre quedaría reducido a uno de decisión con certidumbre, pues no pueden caber dudas sobre cuál será el efecto de cada decisión posible.

Recordemos que el problema que nos trajo hasta aquí era determinar cuál de las decisiones del repertorio d_1, d_2, ... d_m, conduce al decisor al estado de cosas *C* que sea su favorito entre todos los posibles. Hacer un rápido viaje en metro por la ciudad sin lluvia, y llegar puntual y seco al trabajo puede ser ese fin. Supongamos que su favorito es el estado de cosas C_{12}.

¿Cuál es la decisión que debe tomar? Parece obvio que debe ser la d_1, pues sólo ella produciría C_{12}, si por fortuna se materializa E_2. Otra opción sería irracional o de plano estúpido. ¿O no?

Considerémoslo con más cuidado. Ante todo fíjense que desde el momento en que fue introducida la posibilidad de que se materializaran distintos escenarios, nuestro decisor ya no pudo *garantizar* ninguno de los resultados posibles. Tampoco el resultado C_{12}, naturalmente. De modo que, al elegir la manera de actuar d_1, el decisor no está adquiriendo C_{12}, sino adquiriendo un *boleto* para una *tómbola* cuyos premios pueden ser C_{12} y las demás consecuencias de la fila C_{1y} (*y* representa todos los índices desde 1 hasta *n*). En nuestro ejemplo, son tres premios posibles además de C_{12}, algunos de los cuales implican llegar mojado al trabajo. Naturalmente que un boleto para la jugar en la tómbola de aquello que más deseamos es menos valioso que el premio mismo o, lo que es lo mismo, tener todos los boletos de la tómbola. En efecto, un boleto para la tómbola de mi fin preferido es menos valioso que el fin mismo, por dos razones. Una es que puede producir resultados odiosos para el decisor. La otra es que la esperanza de obtener lo que quiere está plagada de dudas e incertidumbre.

Resulta, pues, que si los otros premios son lo suficientemente malos y las probabilidades de obtener el premio deseado son lo suficientemente bajas, el boleto para la tómbola de mi fin favorito (o sea, d_1) podría parecerme muy poco interesante.

Dependiendo, pues, del gusto que el decisor tenga por cada uno de los resultados posibles C_{xy}, y de la verosimilitud que atribuya a cada uno de los escenarios fortuitos E_y, la tómbola de la primera fila (d_1) podría resultar menos interesante que la tómbola de la segunda fila (a la cual se entra con d_2)—no obstante que el premio mayor sólo esté en la primera. En efecto, algunos premios de la segunda tómbola también tienen algo interesante, y si sus probabilidades de ganar son mayores, podría ser aconsejable que el decisor eligiera el boleto d_2 en vez del d_1.

Dada la incertidumbre que el decisor tiene sobre cuál de los escenarios se materializará, lo que tiene que hacer, si es racional, es comparar todas sus decisiones como si se tratara de boletos para diferentes tómbolas. Cada una de las tómbolas mezcla premios y castigos de diverso valor para él: algunos le interesan mucho, otros poco, y otros le parecen verdaderos perjuicios. Cada uno de los premios tiene diferente probabilidad de salir en la tómbola, pues depende del escenario que se materialice. En resumen, lo que el decisor necesita no es saber qué tómbola contiene el premio mayor, sino qué tómbola vale más para él *en conjunto*. Y estas dos cosas no son equivalentes.

Considerando lo anterior, parece que la vida es en efecto una tómbola casi todo el tiempo. Mejor dicho, es una elección entre diversas tómbolas. Y siendo así, ¿qué creen que debemos esperar de una teoría de la acción racional? En mi opinión, tendría que ser un método para calcular el valor relativo de todas las tómbolas a las que podemos entrar. Un método nos permitirá elegir siempre la manera de actuar que eleva al máximo nuestras oportunidades de obtener los resultados que tengan lo que más nos interesa en la mayor medida que sea compatible con el mínimo riesgo de obtener algo odioso, como llegar tarde y mojado al trabajo.

Partición de las decisiones y partición de los escenarios.

Hemos dicho que los problemas de decisión consisten en elegir una entre varias tómbolas. Dijimos también que para poder elegir una tómbola, se tiene que poder compararlas y para ello debe poderse algún valor asignar a todas las que se ofrecen. Este valor no se mide necesariamente en dinero, sino que más bien consiste en la *verosimilitud* con que cada tómbola dará satisfacción a las *preferencias* del decisor. Por ejemplo, la verosimilitud con que su automóvil lo llevará seco y puntual a su trabajo debe compararse con la verosimilitud con que lo hará el metro. Ahora agregamos algo: que para poder asignar valores comparables a las tómbolas, el decisor tiene primero que poder *enumerar con exactitud* en cuántas tómbolas *distintas* puede participar así como cuántos escenarios *distintos* pueden afectar a todas ellas. Dicho en nuestros términos simbólicos, el decisor necesita hacer un repertorio *completo y exclusivo* de las decisiones a su alcance (d_1, d_2, ..., d_m) y otro repertorio *completo y exclusivo* de los escenarios potenciales (E_1, E_2, ... E_n).

Lo importante es que ambas listas sean completas y exclusivas. Veamos qué significa esto, en primer lugar, para el repertorio de las maneras de actuar.

Es obvio que para tomar una buena decisión, conviene que conozcamos todas nuestras opciones. Si nuestro repertorio fuera incompleto, podría pasarnos desapercibida la mejor decisión simplemente porque no la incluimos en la deliberación. El señor que se dirige al trabajo, por ejemplo, haría bien en considerar otras maneras de transportarse, como los taxis. Sin embargo, no hay manera de asegurar que el repertorio sea completo, sino sólo *lo más* completo posible. Siempre es posible que se nos ocurra algo nuevo.

La condición de *exclusividad* es más fácil de asegurar. Las decisiones incluidas en el repertorio deben estar planteados de tal manera que una y sólo una pueda ser seleccionada. Dicho de otra manera, las decisiones no pueden complementarse. A primera vista, muchos problemas de decisión parecen presentarse como repertorios de opciones no exclusivas sino complementarias. Afortunadamente, es fácil reescribir cualquier repertorio complementario como uno exclusivo. Con ello, ya es posible presentar el problema de decisión como el problema de elegir una y sólo una tómbola para jugar. Pongamos un ejemplo. Un típico problema de decisiones no exclusivas es el que se nos presenta cuando vamos a comer a un restaurante y nos dan una carta de platillos. Es claro que podemos elegir cuantos platillo queramos, y de hecho solemos pedir una entrada, un plato fuerte y un postre. La carta es un repertorio complementario. Pero la carta podría reescribirse en la forma de un repertorio exclusivo. Por ejemplo, pueden presentarse como un repertorio de "comidas corridas"; como cuando el propietario *combina* (de ahí el nombre de "combos") cada una de las entradas, con cada uno de los platos fuertes, y cada uno de los postres. Los restaurantes chinos suelen hacerlo así.

El nombre técnico para los repertorios suplementarios es el de "conjuntos"; mientras que el repertorio de todos los "combos" formados por los elementos de ese conjunto se denomina la "*partición* de ese conjunto". La partición de cualquier conjunto es un repertorio más largo que (la cardinalidad de) el conjunto mismo. Pero lo importante es que siempre se puede hacer. Si se nos da un conjunto de tres elementos (**A**, **B** y **C**), por ejemplo, su partición comprende siete "combos".

Pasemos al otro repertorio, el de los escenarios. Ya dijimos que también debe ser exclusivo, y por tanto debe escribirse como una partición. ¿Cuál es el conjunto del que proviene esa partición? Nuestro ejemplo del hombre que va a su trabajo puede ayudarnos. Como dijimos, sus escenarios potenciales son cuatro: tráfico y lluvia, tráfico sin lluvia, etc. El claro cuáles son los dos elementos de donde proviene esta cuádruple partición. En general, la partición de escenarios proviene del conjunto de todos los sucesos independientes que pueden afectar el resultado de las decisiones. Para nuestro amigo, esos sucesos latentes son la lluvia y el tráfico.

Aquí también tenemos la dificultad de que este conjunto de eventos relevantes podría siempre estar incompleto. Quizás nunca sepamos cuántas clases de sucesos afectan el resultado de nuestras decisiones. Lo único que la lógica puede sugerir es que tratemos que el repertorio sea lo más completo posible.

Recordemos nuestro modelo básico de un problema de toma de decisión. Los *datos* son dos particiones. Una de ellas contiene dos o más actuaciones subdeterminantes de sus rendimientos (tómbolas), los cuales son desigualmente apreciados por el decisor. La otra partición comprende dos o más escenarios verosímiles pero inciertos. La *pregunta* se refiere al elemento de la primera partición que el actor deba elegir, si ha de ser consistente con sus expectativas (sobre los diversos escenarios) y sus preferencias (entre los diversos rendimientos).

Ahora mostraremos dos clases de números o magnitudes que, en cada problema particular de decisión, nos permitirán cuantificar y comparar las expectativas del decisor, por un lado, y cuantificar y comparar las predilecciones, por otro. Estas dos magnitudes se llaman *probabilidad* y *utilidad*. Cuando nos fijamos en los rendimientos de una sola fila (de una sola tómbola) y traducimos a grados de probabilidad y utilidad las expectativas y las predilecciones que les otorga el decisor, resulta posible combinarlas en una única magnitud. Este tercer tipo de número es el valor relativo de esa fila o de esa tómbola, y los lógicos se refieren a él como su *"utilidad esperada".* El resultado más importante de la teoría de la decisión puede expresarse diciendo que, *en todo problema de decisión, la única decisión consistente es aquélla con la utilidad esperada más alta del repertorio*.

Como ya hemos dicho antes, la lógica es una disciplina meramente formal, y como tal no recolecta ni acredita ni desmiente supuestos conocimientos sobre la realidad. No podemos pues esperar que una teoría *lógica* sobre las estimación numérica de las expectativas y las inclinaciones subjetivas de una persona determine si son o no son objetivamente apropiadas, si corresponden o no con la realidad.

Por ejemplo, una persona puede considerar verosímil que su viejo automóvil falle si se lo lleva a un largo viaje, pero también el parece posible que no falle. Sin embargo, el automóvil no está "indeciso", por así decir. Si falla durante el viaje, será porque sus piezas ya están desgastadas y a punto de romperse antes de salir. Si las piezas no están deterioradas, el automóvil no puede fallar. De modo que las cosas en sí mismas no tienen cierto grado de propensión a desempeñarse de una manera y otro grado a hacerlo de otra. Son los seres humanos los que entretienen ciertas expectativas en un sentido y otras en otro. Con mayor facilidad puede demostrarse que el favor que las personas conceden a ciertos estados de cosas por arriba de otras es totalmente subjetivo. Es más, no hay ni siquiera dos seres humanos que tengan las mismas expectativas del futuro ni que favorezcan los mismos estados de cosas.

Lo que la lógica sí puede hacer es desarrollar un aparato simbólico (o sea, numérico) para comparar *entre sí* las expectativas de una persona, y certificar que son consistentes (por lejanas que puedan estar de la realidad) o dar una alarma, si no lo son. Lo mismo puede hacer respecto de las predilecciones de *una misma persona*: medirlas y compararlas para advertir, en caso de que sean inconsistentes ente sí, o para certificarlas, si son consistentes. Las *leyes* que ahora veremos (de la probabilidad y de la utilidad) sirven para avisar cuando la persona que decide lo está haciendo mal en alguno de tres sentidos: porque sus expectativas son inconsistentes, o porque sus preferencias son inconsistentes, o porque la decisión es inconsistente con sus expectativas y sus preferencias. Si no hay ninguna de estas tres faltas, puede decirse que su decisión es "negativamente correcta", aunque esa persona podría tener las expectativas y las predilecciones más insólitas.

La probabilidad es una medida numérica para las expectativas subjetivas. Leyes de la probabilidad.

Supongamos que alguien nos dice que el suceso *A* le parece más verosímil que el suceso *B*. Si nosotros le preguntamos cuánto mas verosímil se lo parece, ¿qué clase de respuesta nos dejaría satisfecho? ¿"¡un buen!", "¡no tanto!", "¡dos tres!"? ¿Qué clase de aparato numérico sería adecuado para comunicarnos la desigualdad en la verosímil que atribuimos a sucesos futuros? Ahora proporcionaremos una herramienta que te permita medir qué tan *desiguales* son las expectativas de una persona, para que podamos comunicarlas a otras personas significativamente, pero también para que podamos derivar *racionalmente* la solución a los problemas de decisión.

Para saber medir la magnitud de una *desigualdad* entre dos expectativas (o entre cosas de cualquier especie) es necesario saber reconocer la *igualdad de expectativas* cuando ésta se da, y poder precisar el signo que nos lo anuncia. Una señal de que son *iguales* las expectativas que una persona tiene respecto de *dos* sucesos excluyentes *A* y *B* sería que, si se le ofreciera darle un premio en caso de que ocurra *A*, y luego se le cambiara la regla y se le diera en caso de que ocurra *B*, a la persona le daría igual. Si se sintiera perjudicado a favorecido por el cambio, tendríamos ahí un signo de que *no* atribuye la misma verosimilitud a los dos sucesos.

Pues bien, una manera de poder medir todas las diferencias, por pequeñas que sean, es comparar el total de posibilidades de que un evento ocurra con todos los puntos de una figura cuadrada de una unidad por lado.

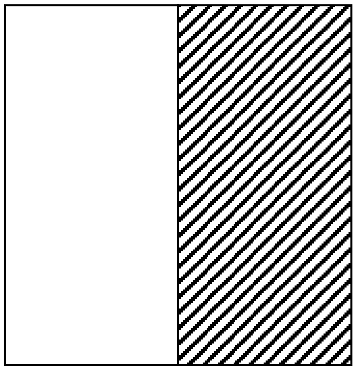


Figura 1

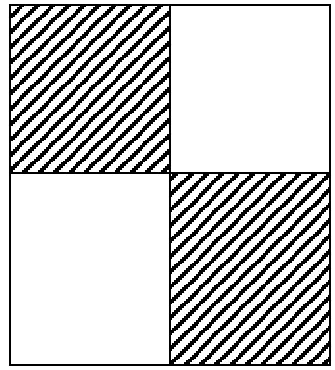


Figura 2

Supongamos que en el cuadrado de 1 × 1 de la figura 1, se va a encender un punto al azar (cuando, por ejemplo, alguien clave en él una chincheta a ciegas), y que se nos ofreciera un premio a condición de que caiga en el lado sombreado, que es de la mitad del área del cuadrado. Seríamos indiferentes si se nos cambiara la regla del juego, y el premio se asociara a que el punto *caiga* en la región blanca, en la región sombreada de la figura 2, o en cualquier otra figura que tenga la misma áreas relativa al cuadrado completo, a saber, la mitad de 1/2.

Cuando un punto aleatorio se sitúa en el cuadrado unidad, la *probabilidad* de que el punto se sitúe en determinada región corresponde al área de esa región. Así, la probabilidad 1 corresponde a una región cuya área sea igual a la del cuadro completo. Y como el punto aleatorio no podría caer fuera de ella, esta probabilidad es igual a cualquier expectativa cierta (libre de incertidumbre).

Ahora bien, si una persona tuviera prometido un premio a condición de que se verifique algún suceso, y si esa persona considera el suceso como cierto, no tendría problema alguno en cambiar esa condición (cualquiera que sea) por la condición de que el punto quede situado dentro del área igual a 1. Y viceversa, si la condición del premio fuera 1, la persona no tendría escrúpulos en cambiarla por cualquier otro suceso que en su opinión sea absolutamente cierto. Así, cualquier suceso que consideramos *cierto* sería intercambiable por la probabilidad 1, o por otro suceso cierto. Todas las certidumbres son iguales.

Ahora podemos cuantificar la verosimilitud que atribuíamos al suceso de que el punto cayera en el área sombreada de la figura 1, a saber, era igual a una probabilidad de 1/2. Y en general, si el cuadrado se divide en n regiones de igual área, la probabilidad de que el punto aleatorio caiga en cualquiera de ellas es $1/n$.

Cualquier región en el cuadrado unidad representa un suceso cuya verosimilitud está adecuadamente descrita por la probabilidad de que un punto aleatorio caiga dentro de ella, la cual a su vez es numéricamente igual al área que ocupa, sea cual sea su figura.

Tenemos ya, en consecuencia, la herramienta que buscábamos para expresar la fuerza de nuestras expectativas. Por ejemplo, supongamos que alguien afirma que cuatro eventos *A, B, C* y *D* excluyentes son, en su opinión, igualmente verosímiles. Eso significa que su expectativa de que ocurra *A* es igual a la probabilidad de que el punto aleatoria caiga en una región con un área de 1/4. Que la probabilidad de A es de 1/4 suele escribe así: $p(A) = 1/4$. Ese número, o bien 0.25, expresan adecuadamente la fuerza de su expectativa.

Todas nuestras expectativas quedan adecuadamente medidas con números entre 0 y 1. Además, 1 representa a la certeza total de que algo ocurrirá, y el 0, la incredulidad total de que algo pueda ocurrir. Gracias a este artificio, todas las expectativas y todas las incertidumbres pueden compararse entre sí, sin importar cuán disímbolos sean los sucesos que se refieren. Por consiguiente, *todas* las creencias de una *misma* persona deben poderse comparar *en cuanto a la fuerza con que lo cree o lo duda*. Si tomamos dos opiniones tuyas por ejemplo (digamos tu expectativa de que México ganará el próximo Mundial de Futbol y tu expectativa de que terminarás la preparatoria con promedio superior a 9) deben ser comparables con respecto a su fuerza: o bien la primera es más verosímil, o bien la segunda es más verosímil, o bien son igualmente verosímiles. Como dijimos, existe un solo tipo de verosimilitud, o lo que es igual, un solo tipo de incertidumbre.

Además, si todas nuestras expectativas deben ser comparables, resulta que todas deben ser consistentes y por tanto *transitivas*: si alguien tiene al suceso *A* como más verosímil que el *B*, y al *B* como más verosímil que el *C*, entonces esa persona tiene que tener al suceso *A* como más verosímil que el *C*.

Hemos mencionado ya dos leyes de las probabilidades (números entre 0 y 1), comparabilidad y transitividad, que las expectativas deben cumplir también, si se han de poder expresar con las primeras. Todas las propiedades que podamos advertir sobre áreas del cuadrado unidad el punto aleatorio son leyes de la probabilidad, y por consiguiente valen también para las expectativas. Agreguemos tres más.

La *tercera ley* es que la probabilidad de dos sucesos complementarios como *S* y *~S* debe sumar 1. Es decir:

$$p(S) + p(\sim S) = 1$$

La razón es simple. Supongamos que *Q* es el área dentro del cuadrado unidad que corresponde a $p(S)$, y *R* el área que corresponde a $p(\sim S)$. Es claro que la región *R* no puede estar en cualquier parte del cuadrado unidad, sino que debe cubrir exactamente todos los puntos que *Q* no cubre, pues de otra manera habría puntos posibles a los que correspondería la probabilidad de que *S* ocurriera y no ocurriera, es decir, cabría la posibilidad de que una contradicción lógica fuera verdadera. Esta ley se puede extender a cualquier partición de sucesos o escenarios posibles (como los que hay en la primera fila de nuestra tabla de decisión):

$$p(E_1) + p(E_2) + \ldots + p(E_n) = 1$$

Como las regiones del cuadrado unidad que corresponden a eventos exclusivos no se pueden traslapar, esta misma ley quedaría igualmente expresada de la siguiente manera. Si E_1 y E_2 son cualesquiera sucesos exclusivos (aunque no necesariamente exhaustivos), entonces:

$$p(E_1 \vee E_2) = p(E_1) + p(E_2)$$

La *cuarta ley* de la probabilidad define la probabilidad de sucesos combinados. Supongamos que E_1 y E_2 son dos sucesos inciertos. La probabilidad e que ocurran ambos juntos es el producto de la probabilidad de que ocurra E1 y <u>la probabilidad de que ocurra E_2 una vez que ya sea ha dado E_1</u>. Como esto último se escribe como $p(E_2|E_1)$, tendríamos:

$$p(E_1 \cdot E_2) = p(E_1) \times p(E_2|E_1)$$

Recuerda que nuestros famosos "escenarios" son sucesos combinados, como éstos. En nuestro ejemplo, E_1 y E_2 eran que lloviera en la ciudad y que hubiera congestionamientos.

La quinta ley de probabilidad es la de partición de la probabilidad A en escenarios. Sean E_1 y E_2 dos sucesos exhaustivos y exclusivos.

$$p(A) = p(A|E_1) \times p(E_1) + p(A|E_2) \times p(E_2)$$

La utilidad es una medida numérica de las inclinaciones subjetivas. Leyes de la utilidad.

Así como se puede asociar números (probabilidades) a los sucesos posibles según su verosimilitud, también se pueden asignar números a las consecuencias de las decisiones según la manera como se distribuyan entre ellas las inclinaciones del decisor. Veremos que para resolver un problema de decisión y determinar cuál es la mejor decisión es necesario y suficiente conocer *la configuración de estos números*: los que corresponden a la preferencia relativa de cada posible consecuencia y los que corresponden a la verosimilitud de las eventualidades que las condicionan.

Para que la deliberación tenga algún sentido, el decisor debe preferir algunas consecuencias más que otras. Si todas le dieran igual, no tendría nada que deliberar, elegiría al azar entre sus opciones. De manera que todo problema de decisión surge porque no todas las consecuencias posibles le resultan igualmente deseables, porque prefiere unas sobre otras y porque actuando de la manera adecuada puede satisfacer sus deseos de la mejor manera posible (aunque no necesariamente pueda actualizar la consecuencia más deseable de todas).

Ahora bien, si en todo problema de decisión el actuante tiene preferencias desiguales, entonces puede siempre ordenar los resultados posibles de su actuación en una lista de mayor a menor preferencia. Si por ejemplo, los posibles resultados fueran cuatro (C, D, E, F), y si convenimos en escribir "F es preferido sobre D" como F > D, entonces un decisor cualquiera podría ordenar todos los resultados posibles del problema de varias maneras, como son: F > C > E > D, o C > F > D > E, etc. Pero no podría ordenarlos de manera que un resultado resulte preferido sobre otro, éste a su vez sobre un tercero, y además el tercera sea preferido sobre el primero. La lista no puede ser circular o cíclica, porque habría una inconsistencia. Si C > D, D > E y E > C, entonces C > D > E > C. Esto implicaría que C > C y, en general, que cada uno de los tres resultados fuera preferido sobre sí mismo. Pero en ese caso ninguno de los miembros de la lista sería idéntico a mismo. Por otro lado, ya hemos dicho también que el decisor podría ser indiferente entre algunos de los resultados posibles, pero no entre todos ellos. Todos los resultados posibles x y y deben poder compararse entre sí; es decir, que cualesquiera dos resultados x y y, deben mantener alguna de estas relaciones: $x > y$, $x < y$ o $x=y$.

La primera condición arriba mencionada se llama *transitividad* (si $x > y$ y $y > z$, entonces $x > z$), la segunda *comparabilidad*. Si no satisface ambas condiciones, un decisor no puede ser considerado racional; pero cualquiera que las satisfaga es racional, sea cual fuere el orden específico de preferencia que tenga. Dicho en otras palabras, desde el punto de vista de los lógicos, cuya única preocupación es la consistencia de las preferencias, todas las ordenaciones de preferencias son igualmente buenas, con tal de que sean exhaustivas y transitivas, y constituyen un dato inmodificable de cualquier problema de decisión.

Aunque en ocasiones basta conocer el orden de preferencias del decisor para resolver el problema de decisión, casi nunca basta con ello. En muchas ocasiones se requiere conocer también *qué tan grandes* son las diferencias de inclinación. Un caso del primer tipo es el siguiente ejemplo. Supón que el decisor debe elegir entre las maneras d_1 y d_2 de actuar, que pueden ocurrir en dos escenarios impredecibles E_1 y E_2. En este ejemplo hay cuatro consecuencias posibles. Conviene expresar esto en forma de tabla:

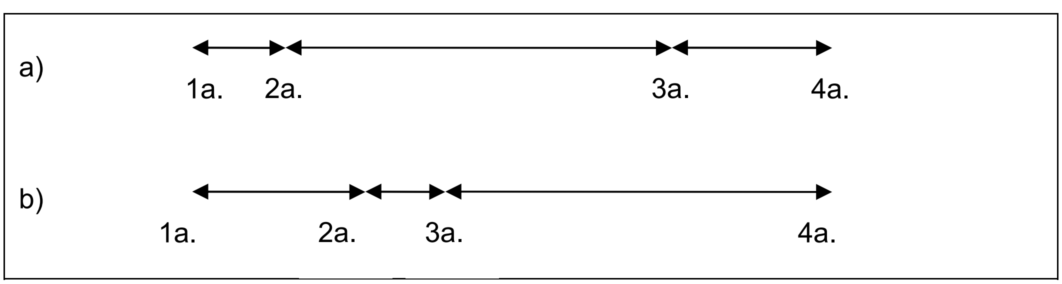
Ejemplo de una decisión que predomina en virtud del orden de las preferencias		
	E_1	E_2
d_1	C_{11}	C_{12}
d_2	C_{21}	C_{22}

Suponiendo tanto C_{11} como C_{21} fueran preferidos sobre cualquiera de los otros resultados, no habría razón alguna para elegir y ni siquiera para considerar d_2. Lo mismo ocurriría con d_1, si (C_{21}, C_{22}) > (C_{11}, C_{12}).) En ambos casos, una decisión que *domina* a la otra; una forma de actuar es *predominante*, y por ello las diferencias de preferencia resultan irrelevantes.

Veamos ahora un ejemplo de una situación en la que la desigualdad de las preferencias es determinante. Supón ahora que C_{11} es el primer favorito pero la segunda preferencia *no* está en la misma fila. Las preferencias del decisor podría ser, por ejemplo, la siguiente:

Ejemplo de una decisión en que las preferencias son determinantes		
	E_1	E_2
d_1	C_{11} = 1era. preferencia	C_{12} = 4ª.
d_2	C_{21} = 3ª.	C_{22} = 2ª.

Todos sabemos que nuestras diferencias de preferencia pueden ser grandes o pequeñas. Por ejemplo, nuestra preferencia de un platillo sobre otro puede ser ligera (ser casi indiferente sobre cuál comerá) o puede ser como amar uno de ellos y detestar el otro. Una manera general de decir esto es que las preferencias constituyen *intervalos*, y que estos intervalos pueden compararse. En la tabla anterior, el decisor elegirá d_1, si la probabilidad de E_1 es cercana a 1. Pero elegirá d_2, si su probabilidad es cercana a 0. ¿Pero cómo se comporta en el resto del rango que va de $p(E_1) \approx 1$ a $p(E_1) \approx 0$? En algún punto en esta variación de la verosimilitud que E_1 tiene para el decisor, su elección variará de d_1 a d_2. Pero ese punto depende de la *magnitud relativa* de los intervalos de preferencia. Considera que las siguiente línea no sólo representa el orden de preferencia, sino los intervalos de preferencia en sus magnitudes relativas:



Si las preferencias de la decisora estuvieran representadas por los intervalos del primer dibujo (a), se requeriría una importante disminución en su confianza de que ocurrirá E_1 para que cambiara su decisión de d_1 a d_2. Pero si sus preferencias estuvieran mejor representadas por los intervalos de segundo dibujo (b), bastaría una pequeña disminución en la verosimilitud de E_1, para que el decisor cambiara su decisión de d_1 a d_2. Por consiguiente, las magnitudes de los intervalos de preferencia condicionan la decisión correcta tanto como las probabilidades de los escenarios.

Por lo tanto, es preciso que encontremos una manera de conocer y representar numéricamente las magnitudes relativas de las preferencias que tienen las personas que están tomando una decisión.

Para hacerlo se introduce un *elemento de referencia* (como el *metro patrón* en la comparación de distancias y longitudes), y la comparación consistente con él nos proporciona una medida numérica. Esta manera de proceder es semejante a la que sirvió para medir la *verosimilitud* numéricamente. En el caso de esta última, el elemento de referencia era el punto aleatorio dentro del cuadrado unidad, o mejor dicho, la *probabilidad* de que este punto aleatorio ocurriera dentro de regiones con áreas conocidas. Ahora que queremos medir la preferencia relativa del sujeto por unas consecuencias posibles sobre otras, utilizaremos dos de ellas como referencia. Una de ellas será la que al decisor le parezca mejor que todas las demás de la tabla; la otra será la que le parezca la peor.

En otras palabras, nuestra referencia es el *intervalo unidad*, el cual separa el resultado que más desea el decisor (llamémosle C, en nuestro ejemplo $C=C_{11}$) y el menos deseado (llamémosle c (en nuestro ejemplo $c=C_{12}$). Para determinar el resto de *sus* intervalos de preferencia, le preguntaríamos al decisor, respecto de cada uno de los otros resultados C_{ij}, qué cosa preferiría entre obtener ése resultado con certeza absoluta o participar en una tómbola que tuviera a C y a c como premios. Una vez que respondiera, ajustaríamos hacia arriba o hacia abajo la probabilidad que la tómbola asigna a ganar C (indicada por $u = p(C)$), y continuaríamos haciéndolo hasta que al decisor quede indiferente entre la entrega segura de C_{ij} y la última tómbola con C y c. En ese momento podemos fijar el valor relativo de C_{ij} como igual a $uC+(1-u)c$, o más abreviadamente, uC. Debe existir un único valor de la probabilidad u tal que C_{ij} y "C con probabilidad u". Una vez encontrado el punto de equilibrio, se puede usar el número u (que, como todo índice de probabilidad, la sólo puede estar entre *1* y *0*) para representar la deseabilidad de C_{ij}.

Al número que asociamos a C_{ij} le denotaremos $u(C_{ij})$ y le llamaremos la *utilidad de* C_{ij}. Debido a la consistencia requerida en la comparación de las consecuencias, está claro que si C_{ij} es preferida sobre C_{lk}, entonces $u(C_{ij})$ será mayor que $u(C_{lk})$; si C_{ij} y C_{lk} son igualmente deseables, $u(C_{ij})$ será igual a $u(C_{lk})$; finalmente, si C_{ij} es peor que C_{lk}, $u(C_{ij})$ será menor que $u(C_{lk})$.

Hemos conseguido por lo tanto lo que nos habíamos propuesto, es decir, una medida numérica de la deseabilidad de cualquiera de las consecuencias que aparecen en la tabla de la decisión, a la que llamamos su *utilidad*.

Tabla general de decisión y utilidad esperada.

Podemos ahora generalizar los resultados y establecer un método para tomar decisiones cuyas normas garanticen que nuestra actuación no tendrá inconsistencias ni con nuestras expectativas ni con nuestras inclinaciones (independientemente de cómo sean el orden y los intervalos de estas últimas, y de si nuestras expectativas están objetivamente bien fundadas o no).

El método consiste en elaborar una tabla que cuyas filas se asignan a la partición de actuaciones posibles y cuyas columnas, a la de los escenarios. Cada escenario, y por ende, cada columna, lleva indicada la probabilidad correspondiente a su verosimilitud. Las filas no están indexadas, como es obvio, pues el orden en el que ese decisor debería preferir sus disponibles es precisamente la incógnita que se busca. Las intersecciones de filas y columnas representan todos las consecuencias posibles, es decir el estado de cosas que resultaría si el decisor eligiera la actuación correspondiente a su fila y ocurrieran los sucesos que componen su columna. En el lugar de cada consecuencia posible debe anotarse su utilidad, que es un número entre 1 y 0. Las utilidades no constituyen una partición y por ende estos números no necesariamente suman 1. Al menos una de las celdas es igual a 1, a saber, el resultado que apreciaría nuestro decisor; y al menos una es igual 0, el que menos desea. Pero ninguna es superior a 1 ni inferior a 0, porque la utilidad de cada resultado posible C_{ij} es el valor del resultado más deseado (1) ponderado por alguna una probabilidad, o sea, 1 > $u(C_{ij}$ >0. Por último, la tabla puede tener cualquier número de filas y columnas que sea superior a 2. La forma general de la tabla, queda pues, como sigue:

Tabla general de decisión (puede tener dos o más filas y dos o más columnas)		
	E_1	E_2
d_1	$u(C_{11})$	$u(C_{12})$
d_2	$u(C_{21})$	$u(C_{22})$
Probabilidades:	$p(E_1)$	$p(E_2)$

Ahora pongamos un ejemplo del uso de la tabla:

Tabla de decisión para un problema ejemplar de dos escenarios y dos actuaciones posibles.		
	E_1	E_2
d_1	0.9	0.5
d_2	1.0	0.0
Probabilidades:	0.8	0.2

Una vez que se han asociado *números a los escenarios* y *números a las consecuencias*, hay que asignar números a las decisiones de manera que la mejor decisión tenga el más alto. Para hacer esto no se necesitan nuevos principios, puesto que los dos conjuntos de datos que tenemos, probabilidades y utilidades, obedecen a las leyes de la probabilidad, y por tanto deben poder combinarse de la forma prescrita por tales leyes para producir un conjunto de números para las decisiones. Las leyes de la probabilidad son tres:

1. La partición, o suma.
2. La probabilidad condicionada, o producto.
3. La ley para la probabilidad compartida:
   $p(A) = p(O_1)\, p(A \mid O_1) + p(O_2)\, p(A \mid O_2) + \ldots + p(O_n)\, p(A \mid O_n)$

Recordemos que las utilidades de cada resultado posible son iguales a la utilidad máxima (C=1) ponderada (i.e. multiplicada) por una probabilidad de obtenerla en un sorteo. o sea "C con probabilidad $u(C_{ij})$". Por tanto, podemos definir todos los resultados posibles en términos de C, cualquiera que sea la decisión que se tome. En general, si tomamos la decisión d_i y el escenario que se actualiza es E_j, el resultado es equivalente a obtener C con una probabilidad igual a $u(C_{ij})$. En términos de la teoría de probabilidades esto último se escribe así:

$$p(C \mid d_i \cap E_j) = u(C_{ij})$$

(La probabilidad de C dada la actuación d_i y las circunstancias E_j es igual a la utilidad de C_{ij}.)

Ahora bien, como sólo nos interesa calcular el valor de d_i, sólo vamos a considerar aquí cómo se combinan aquí todos los números que tienen que ver con esa única fila. Por ende podemos obviar la concurrencia de d_1 al expresar las diversas utilidades que aparecen en ella. Sin olvidar que todas ellas están condicionadas por la elección de di, la fórmula podría reescribirse así:

$$p(C \mid E_j) = u(C_{ij})$$

Ahora, para derivar el valor numérico de d_i, utilizaremos la probabilidad de E_j que ya conocemos ($p(E_j)$) , y la tercera ley de probabilidades ($p(A) = p(O_1) \text{ X } p(A \mid O_1) + p(O_2) \text{ X } p(A \mid O_2)$). Sustituyendo O con E_j y A con C, queda:

$$p(C) = p(E_1)\, p(C \mid E_1) + p(E_2)\, p(C \mid E_2)$$

Sustituyendo ahora en esta fórmula según la fórmula inmediatamente anterior, obtenemos:

$$p(C) = p(E_1)\, u(C_{i1}) + p(E_2)\, u(C_{i2})$$

Recordando que $p(C)$ es realmente $p(C|d_i)$, la probabilidad de C dado d_i, hemos llegado a una expresión que determina la probabilidad de obtener C cuando se toma la decisión d_i. Es evidente que cuanto más grande sea esta probabilidad, mayores son los méritos de la decisión d_i. A cada decisión de la partición le corresponde un número $p(C|d_i)$, que resulta de combinar todas las utilidades incluidas en su fila ponderadas por la probabilidad correspondiente a cada columna (i.e. a cada escenario posible). Este número es la utilidad de la decisión d_i, independientemente de qué escenario concurra con ella. Pero puesto que la decisión no produce en (casi) ningún caso esa utilidad, sino más bien alguno de los sumandos que la componen según la partición de columnas, se le agrega el adjetivo *utilidad "esperada"* (y en la notación simbólica se advierte esto mediante una barra sobre la *u*.

$$\bar{u}(d_i) = p(E_1)\, u(C_{i1}) + p(E_2)\, u(C_{i2}) + \ldots + p(E_n)\, u(C_{in})$$

Por lo tanto, la mejor decisión es aquella que tenga la utilidad esperada más alta.

Este es el resultado más importante de esta sección. A partir únicamente de la exigencia de comparar consistentemente las ocurrencias y las consecuencias, hemos establecido que este procedimiento es inevitable. Cualesquiera que sean nuestros deseos, nuestras creencias y las actuaciones a nuestra disposición, hay que calcular la utilidad esperada de cada una de éstas y elegir aquella que tenga el valor más alto.

---

[1] Shakespeare, William, *Hamlet : príncipe de Dinamarca* (escenificada por primera vez en el año de 1601, y publicada en 1603), existen varias traducciones al español y también varias ediciones. La famosa escena a la que nos referimos es la segunda del Acto Tercero. Una excelente traducción disponible en Internet es la de Leandro Fernández de Moratín:

http://www.cervantesvirtual.com/servlet/SirveObras/78030621093492795465679/p0000003.htm#I_6_

[2] Lindley, Dennis V., *Principios de la teoría de la decisión*, trad. José M. Bernardo, Editorial Vicens—Vives, Barcelona, 1977.